

informatiCup 2011 • Aufgabe 2

Rätische Rätsel

Ein Fund: Anfang April dieses Jahres fanden Spaziergänger in einer abtauenden Gletscherzunge im oberitalienischen ehemaligen Siedlungsgebiet der vorchristlichen Rätischen Kultur (ca. 600 v. C.) einen chaotisch scheinenden Haufen von quaderförmigen Ziegelsteinen, der sich als Rest einer zerstörten massiven quaderförmigen Mauer erwies. Mit einem bisher unbekanntem Maß k („Knöchel“) von ca. 6cm hatten alle Steine (wie in Abb. 1 verdeutlicht) die Dimensionierung

$$\text{Länge} \times \text{Breite} \times \text{Höhe} = 4k \times 2k \times 1k.$$



Abb. 1: Stein

Der Fundort und die Funde selbst wurden aus konservatorischen Gründen geheim gehalten. Dem Vernehmen nach plant die UNESCO, im Rahmen eines hoch dotierten Preisausschreibens ein geeignetes Team mit der Rekonstruktion dieses einmaligen dreidimensionalen Puzzles zu beauftragen. Da sich auf Vorder- und Rückseite der Mauer recht gut erhaltene Schriftzeichen und auf den Schmalseiten (vermutlich kultische) Zeichnungen befinden, wäre die Rekonstruktion und Deutung dieser Seiten von unschätzbarem Wert, auch für die Beantwortung der bisher offenen Frage, ob die Räter dem etruskischen oder eher dem indogermanischen Kulturkreis zuzuordnen sind.

Bisher ist folgendes bekannt: Es wurden $N=768$ Steine gefunden. Da sich die Steine in einer Mulde gesammelt hatten, ist davon auszugehen, dass kein Stein verloren gegangen ist. Die Zerstörung erfolgte wahrscheinlich durch ein Erdbeben oder durch Vandalismus von Feinden. In der Nähe ist der Sockel aus Felsgestein gefunden worden mit (natürlich) rechteckigem Maß $F = 8k \times 24k$. (Offenbar muss die Mauer dann eine Höhe von $32k$ aufgewiesen haben.)

An den Flächen der erhaltenen Trümmer ist jeweils eindeutig festzustellen, ob die betreffende Fläche 1) zum Sockel, 2) zum Deckel (starke Erosions-Abtragung), 3) zu einer Seitenfläche (Schrift bzw. Zeichnung) gehört oder ob 4) es sich um eine innere Fläche (Mörtelspuren) handelt.

Der Mörtel war offensichtlich von minderer Qualität, so dass große Trümmerstücke nicht übrig geblieben sind. Außer Einzelsteinen (*Singles*) gibt es deshalb (s.u.) nur noch *Paare*, *Triplets* und vermutlich auch noch *Quadruplets*.

Weitere Erklärungen: *Paare* sind zwei noch zusammenhaltende Steine mit einer Berührfläche von mindestens $4k^2$.



Abb. 2: Vorkommende (links) und nicht vorkommende Paare (rechts)

Triplets bestehen aus zwei an der Hauptfläche vollständig zusammen gebackenen Steinen und einem dritten Stein, der mit diesen beiden Steinen wenigstens insgesamt $4k^2$ Berührfläche hat.

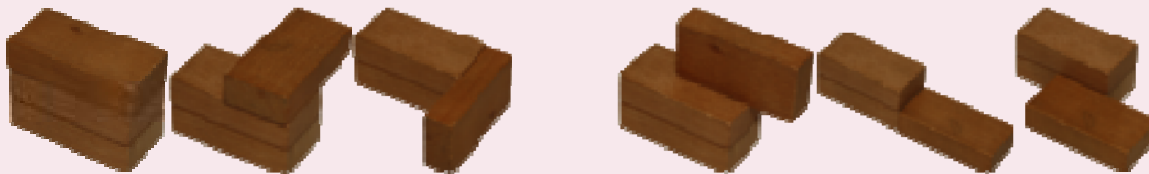


Abb. 3: Mögliche (links) und unmögliche Triplets (rechts)

Quadruplets schließlich sind konvexe zusammen gebackene Trümmer aus 4 Steinen.



Abb. 4: Mögliche (links) und unmögliche Quadruplets (rechts)

Trümmerstücke ohne Flächen vom Typ 1) bis 3) heißen „*Innenstücke*“. Alle anderen heißen „*Randstücke*“

Über die Art des von den Rättern praktizierten Mauerverbundes ist nur wenig bekannt: Mit Sicherheit hatte man die Steine – wenn überhaupt – nur in ganzzahligen k -Abständen gegeneinander versetzt. Im Inneren der Mauer gab es keine Löcher, sonst hätte man einen fünften Typ Trümmerfläche (kein Mörtel!) finden müssen.

Aufgaben

Vorbemerkung: Die Verwendung der durch den Fund suggerierten Zahlen ist nicht zwingend – entscheidend ist die Transparenz und Portabilität der realisierten Verfahren. Man kann es sich zu leicht machen – oder auch zu schwer! Zur gedanklichen Vorbereitung kann man käufliche Bauklötze verwenden und ggf. Konfigurationen hieraus fotografieren.

- 0. Konstruktion:** Man entwerfe ein Verfahren, um mit N Steinen (N vernünftig gewählt) eine widerstandsfähige massive Mauer der angestrebten Größe zu **bauen** (Ergänzend kann man sich über gängige und auch historische Verbund-Typen orientieren). Es ist eine Laufnummer n jedes Steins einzuführen. Die nach der Konstruktion bei einem Stein auftretenden Flächentypen sind für jede seiner sechs Flächen zu markieren.
- 1. Destruktion:** Man entwerfe und programmiere zufallsgesteuerte Verfahren, um eine gegebene Mauer des konstruierten Typs zu **zerstören**, derart dass – unter Erhaltung der Einzel-Steine als Ganze – durch Aufbruch des Mörtels schließlich nur Trümmerstücke der beschriebenen Art übrig bleiben. Dabei sollen auf jeden Fall „genügend viele“ Paare, evtl. auch Triplets und Quadruplets, übrig bleiben. Für Trümmerstück-Typen ist eine geeignete Nomenklatur einzuführen.
- 2. Rekonstruktion:** Es ist ein Programm zu entwickeln, das nach „Anonymisierung“ der Trümmer (d.h. die Nummern der Steine werden maskiert) diese (bei unbekanntem Verbundsystem) wieder unter Beachtung der Flächentypen so **zusammenbaut**, dass eine zulässige massive Mauer der vorgegebenen Dimensionierung entsteht. Dann ist a posteriori (d.h. nach Wieder-Sichtbarmachung der Laufnummern) nachzuprüfen, ob die anfangs gebaute Mauer wieder erhalten wurde, insbesondere ob alle Randstücke ihre originale Position erhalten haben.
- 3. Visualisierung:** Nach Möglichkeit sind die Prozesse zu visualisieren. Dazu kann die Zahl N auch relativ klein gewählt werden.
- 4. Partitionierung.** Es ist anzustreben, dass interessante Entscheidungsparameter eingebaut werden, so dass ungeschulte Benutzer mit einzelnen Komponenten des entwickelten Systems „spielen“ können. Insbesondere sollten Destruktion und Rekonstruktion von unabhängigen „Agenten“ durchgeführt werden können.
- 5.** Erstellen Sie eine Bedienungs- und Installationsanleitung. Schicken Sie uns Ihre Implementierung, Anleitungen sowie einen Bericht über die von Ihnen gemachten Entwurfsentscheidungen in der Software-Entwicklung.

Bemerkungen und Hinweise

Eine Mauer ist wenig haltbar, wenn sie ideenlos – Stein für Stein nebeneinander und Schicht für Schicht übereinander – gebaut wird. Gegenseitiges seitliches Versetzen und Verzahnen und höhen-verklemmendes schematisches Variieren haben große statische – aber auch ästhetische – Bedeutung; wie in obigen Abbildungen gezeigt wird, darf es dabei durchaus Steine geben, nicht versetzt verbaut sind. Eine völlig unsystematische – wenn auch zielführende – Verbund-Technik ist für die rätische Zeit allerdings unwahrscheinlich und sollte nicht gewählt werden. Kreativität beim Verbund-Design ist gefragt – Stabilitäts-Überlegungen sind eher sekundär!

Für die Destruktion kann man sich von verschiedenen Heuristiken leiten lassen: Ein Erdbeben z.B. würde die Mauer zunächst durch große Risse „Top-Down“ zerlegen. Vandalismus würde die Mauer eher durch sukzessives „Abschälen“ von kleinen Trümmerstücken abtragen. Eine Explosion (für die rätische Zeit allerdings schwer vorstellbar) würde einen zentralen Ausgangspunkt der Zerstörung besitzen. Die Ansatzpunkte der Zerstörung erscheinen in der Regel weitgehend zufällig.

Ein Ergebnis der Rekonstruktion muss nach Konstruktion immer existieren – es wird aber in der Regel nicht eindeutig bestimmt sein. Es ist dann nicht mehr unser Job und bleibt den externen Zeichenspezialisten überlassen, unter mehreren Rekonstruktionen die „richtige“ zu bestimmen.

Eine weiter gehende, hier aber nicht erhobene Forderung wäre die Entwicklung eines Tests, ob die Rekonstruktion eindeutig bestimmt ist, oder gar eines Aufzählungsverfahrens für **alle** möglichen Rekonstruktionen.

Es scheint plausibel, dass bei immer größeren und „dickeren“ Mauern die Eindeutigkeit der Rekonstruktion verloren geht, insbesondere da die Zahl der inneren Stücke prozentual stark anwachsen wird. Auf deren richtige Rekonstruktion kommt es allerdings in unserem Anwendungskontext nicht an.